

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Череповецкий государственный университет»
Институт информационных технологий
Кафедра Математического и программного обеспечения ЭВМ

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Вологодская государственная
молочнохозяйственная академия имени Н.В. Верещагина»

Инженерный факультет
Кафедра «Технические системы в агробизнесе»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Теория вероятностей и математическая статистика

Направление подготовки: 35.03.06 Агроинженерия

Профили подготовки: Искусственный интеллект

Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр

Череповец

2023

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 35.03.06 «Агроинженерия»

Разработчик: канд. эконом. наук, доцент Ивановская В.Ю.

Программа одобрена на заседании кафедры технических систем в агробизнесе Вологодской государственной молочнохозяйственной академии имени Н.В. Верещагина 20 июня 2023 года, протокол № 12

Зав. кафедрой: канд. техн. наук, доцент Шушков Р.А.

Рабочая программа дисциплины согласована на заседании методической комиссии инженерного факультета Вологодской государственной молочнохозяйственной академии имени Н.В. Верещагина 22 июня 2023 года, протокол № 10

Председатель методической комиссии: канд. техн. наук, доцент Берденников Е.А.

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Математического и программного обеспечения ЭВМ Института информационных технологий Череповецкого государственного университета 25 сентября 2023, протокол № 2.

Зав. кафедрой: доктор техн. наук, профессор Ершов Е.В.

Рабочая программа дисциплины рассмотрена и утверждена Ученым советом Института информационных технологий Череповецкого государственного университета 26 сентября, протокол № 2.

Директор института: доктор техн. наук, профессор Ершов Е.В.

1 Цели и задачи дисциплины

Цель дисциплины - формирование у студентов системы знаний, умений и навыков, компетенций в области обработки и анализа экспериментальных данных, применения методов математической статистики в профессиональной сфере.

Задачи дисциплины. Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» направлено на развитие у обучающихся навыков по работе с основными математическими понятиями и с математическим аппаратом, используемыми в теории вероятностей и математической статистике; на получение представлений об основных идеях и методах теории вероятностей и развитие способностей сознательно использовать материал курса, умение разбираться в существующих статистических методах и условиях их применения; обеспечение понимания содержательной логики применения вводимых понятий и методов для решения конкретных математических и прикладных задач; подготовку студентов к применению полученных знаний и навыков в процессе обработки и анализа экспериментальных данных.

2 Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательным дисциплинам базовой части федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 35.03.06 Агроинженерия. Индекс дисциплины по учебному плану: Б1.О.07.03.

К числу **входных знаний, навыков и готовностей** студента, приступающего к изучению дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются знания и умения, навыки, формируемые в дисциплине «Математика».

Дисциплина изучается с второго семестра первого курса, поэтому не требуется входных знаний, навыков и компетенций, формируемых в процессе получения высшего профессионального образования;

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является базовой для последующего изучения блока «Искусственный интеллект» Знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной, являются базой для написания курсового проекта и выпускной квалификационной работы.

3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1. Способность решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-	ИД-1 _{ОПК-1} Демонстрирует знание основных законов математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин, необходимых для решения типовых задач в области агроинженерии. ИД-2 _{ОПК-1} Использует знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в агроинженерии. ИД-3 _{ОПК-1} Применяет информационно-коммуникационные технологии в решении типовых задач в области агроинженерии. ИД-4 _{ОПК-1} . Пользуется специальными программами и базами данных при разработке технологий и средств механизации в сельском хозяйстве.

4 Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц.

4.1 Структура дисциплины

Вид учебной работы	Всего часов очное обучение	В том числе по семестрам	
		3	
Аудиторные занятия (всего)	70	70	
<i>В том числе:</i>			
Лекции	20	28	
Практические занятия	30	30	
Лабораторные работы	12	12	
Самостоятельная работа студентов (СРС), всего, в том числе подготовка к экзамену и зачету	74	74	
Вид промежуточной аттестации		экзамен	
Общая трудоёмкость, часы	144	144	
Зачётные единицы	4	4	

4.2 Содержание разделов учебной дисциплины

1. Теория вероятностей. Случайные события. Элементы теории множеств: множества и события, диаграммы Венна, пространство элементарных событий, алгебра событий. Различные подходы к определению вероятностей: 1) аксиоматическая теория вероятностей, 2) классическая теория вероятностей: 4 схемы нахождения вероятностей, геометрические вероятности, 3) статистическая теория вероятностей. Основные теоремы теории вероятностей. Формулы полной вероятностей и Байеса.

2. Независимые испытания. Определение независимых испытаний. Теорема Бернулли, теоремы Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Наивероятнейшее число появления события.

3. Случайные величины. Законы распределения. Понятие дискретных и непрерывных случайных величин. Ряд распределения, функция распределения, плотность. Характеристики случайных величин: математическое ожидание, моменты (дисперсия, среднее квадратическое отклонение, эксцесс), мода, медиана. Законы распределения дискретных случайных величин: биномиальный, гипергеометрический, Пуассона. Законы распределения непрерывных случайных величин: равномерный, нормальный, экспоненциальный.

4. Случайные векторы. Двумерные случайные величины или случайные векторы. Дискретные и непрерывные случайные векторы. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных векторов. Функция и плотность распределения. Условия независимости. Числовые характеристики. Ковариация. Корреляция. Регрессия. Линии регрессии.

5. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли, Чебышева, Пуассона, Маркова. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова. Формулы, выражающие центральную предельную теорему и

встречающиеся при ее практическом применении.

6. Основы описательной статистики. Предмет и задачи математической статистики. Генеральная совокупность, выборке из нее; основные способы организации выборки. Статистическое и сгруппированное представление выборки. Эмпирическая функция распределения и функция плотности. Графические методы представления выборочных данных. Основные выборочные числовые характеристики (выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочные мода и медиана) и их свойства.

7. Статистическое оценивание параметров распределений (основные понятия). Элементы корреляционного анализа. Линии регрессии. Статистические оценки. Точечное оценивание: определение; требования состоятельности, несмещенности и эффективности полученных оценок. Методы статистического оценивания: метод подстановки, метод максимального (наибольшего) правдоподобия, метод моментов. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Распределения Пирсона и Стьюдента. Элементы корреляционного анализа. Регрессия. Сглаживание экспериментальных зависимостей (метод наименьших квадратов).

8. Статистическая проверка гипотез (основные понятия). Определение статистической гипотезы и статистического критерия. Основные типы гипотез, проверяемых в ходе статистического анализа. Примеры статистических критериев: критерии согласия, однородности и критерии для проверки гипотез о числовых значениях параметров распределений. Критерии Пирсона, Стьюдента, Фишера, Колмогорова.

9. Понятие случайных процессов. Понятие случайной функции. Понятие случайного процесса. Типы случайных процессов Понятие случайного процесса. Стационарные процессы. Гауссовские процессы. Процессы с независимыми приращениями. Винеровский процесс. Пуассоновский процесс. Марковские процессы.

4.3 Разделы учебной дисциплины и вид занятий

Наименование дисциплины (модуля) с указанием разделов (элементов) /наименование раздела дисциплины	Название темы с кратким содержанием	Виды занятий, часы				Самостоятельная работа, часы	Всего часов
		Л	ЛР	ПЗ	В том числе с применением ЭО		
1. Теория вероятностей. Случайные события.	Элементы теории множеств: множества и события, диаграммы Венна, пространство элементарных событий, алгебра событий. Различные подходы к определению вероятностей: 1) аксиоматическая теория вероятностей, 2) классическая теория вероятностей: 4 схемы нахождения вероятностей, геометрические вероятности, 3) статистическая теория вероятностей. Основные теоремы теории вероятностей. Формулы полной вероятностей и Байеса.	6	-	12	6	10	28
2. Независимые испытания.	Определение независимых испытаний. Теорема Бернулли, теоремы Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Наивероятнейшее число появления события.	2	-	2	2	4	8

Наименование дисциплины (модуля) с указанием разделов (элементов) /наименование раздела дисциплины	Название темы с кратким содержанием	Виды занятий, часы				Самостоятельная работа, часы	Всего часов
		Л	ЛР	ПЗ	В том числе с применением ЭО		
3. Случайные величины. Законы распределения.	Понятие дискретных и непрерывных случайных величин. Ряд распределения, функция распределения, плотность. Характеристики случайных величин: математическое ожидание, моменты (дисперсия, среднее квадратическое отклонение, эксцесс), мода, медиана. Законы распределения дискретных случайных величин: биномиальный, гипергеометрический, Пуассона. Законы распределения непрерывных случайных величин: равномерный, нормальный, экспоненциальный.	6	-	10	6	12	28
4. Случайные векторы.	Двумерные случайные величины или случайные векторы. Дискретные и непрерывные случайные векторы. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных векторов. Функция и плотность распределения. Условия независимости. Числовые характеристики. Ковариация. Корреляция. Регрессия. Линии регрессии.	4	-	6	4	10	20
5. Предельные теоремы теории вероятностей.	Закон больших чисел. Теоремы Бернулли, Чебышева, Пуассона, Маркова. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова. Формулы, выражающие центральную предельную теорему и встречающиеся при ее практическом применении.	2	-	-	2	4	6
6. Основы описательной статистики.	Предмет и задачи математической статистики. Генеральная совокупность, выборке из нее; основные способы организации выборки. Статистическое и сгруппированное представление выборки. Эмпирическая функция распределения и функция плотности. Графические методы представления выборочных данных. Основные выборочные числовые характеристики (выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочные мода и медиана) и их свойства.	2	4	-	2	8	14

Наименование дисциплины (модуля) с указанием разделов (элементов) /наименование раздела дисциплины	Название темы с кратким содержанием	Виды занятий, часы				Самостоятельная работа, часы	Всего часов
		Л	ЛР	ПЗ	В том числе с применением ЭО		
7. Статистическое оценивание параметров распределений (основные понятия). Элементы корреляционного анализа. Линии регрессии.	Статистические оценки. Точечное оценивание: определение; требования состоятельности, несмещенности и эффективности полученных оценок. Методы статистического оценивания: метод подстановки, метод максимального (наибольшего) правдоподобия, метод моментов. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Распределения Пирсона и Стьюдента. Элементы корреляционного анализа. Регрессия. Сглаживание экспериментальных зависимостей (метод наименьших квадратов).	2	4	-	2	10	16
8. Статистическая проверка гипотез (основные понятия).	Определение статистической гипотезы и статистического критерия. Основные типы гипотез, проверяемых в ходе статистического анализа. Примеры статистических критериев: критерии согласия, однородности и критерии для проверки гипотез о числовых значениях параметров распределений. Критерии Пирсона, Стьюдента, Фишера, Колмогорова.	2	4	-	2	8	14
9. Понятие случайных процессов.	Понятие случайной функции. Понятие случайного процесса. Типы случайных процессов. Понятие случайного процесса. Стационарные процессы. Гауссовские процессы. Процессы с независимыми приращениями. Винеровский процесс. Пуассоновский процесс. Марковские процессы.	2	-	-	2	8	10
	ИТОГО:	28	12	30	28	74	144

5 Матрица формирования компетенций по дисциплине

№ п.п.	Разделы, темы дисциплины	Общепрофессиональные компетенции	Общее количество компетенций
		ОПК-1	
1	Теория вероятностей. Случайные события.	+	1
2	Независимые испытания.	+	1
3	Случайные величины. Законы распределения.	+	1
4	Случайные векторы.	+	1

5	Предельные теоремы теории вероятностей.	+	1
6	Основы описательной статистики.	+	1
7	Статистическое оценивание параметров распределений (основные понятия). Элементы корреляционного анализа. Линии регрессии.	+	1
8	Статистическая проверка гипотез (основные понятия).	+	1
9	Понятие случайных процессов.	+	1
10	Теория вероятностей. Случайные события.	+	1

6 Образовательные технологии

Объем аудиторных занятий всего – 70 часов, в т.ч. лекции – 20 часов, лабораторные работы – 12 часов, практические занятия – 30 часов.

100 % - занятия в интерактивных формах от объема аудиторных занятий.

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии и тема занятия	Кол-во часов
3	Лекции	Проведение лекций с использованием мультимедиа	20
3	Лабораторные занятия	Использование мультимедиа	12
3	Практические занятия	Использование мультимедиа	30
Итого:			70

1. Критерии оценки выполнения индивидуального задания

От 3 до 4 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 2 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

2. Критерии оценки выполнения проверочной работы

От 3 до 5 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 2 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

3. Критерии оценки выполнения лабораторной работы

По итогам выполнения лабораторной работы студент формирует отчет, включающий в себя решение заданий, предполагавшихся к выполнению в ходе самостоятельной работы, и демонстрирует результаты своей работы преподавателю.

6 баллов выставляется студенту, если работа выполнена самостоятельно и полностью верно; представлен отчет, содержащий результаты выполнения заданий; студент анализирует результаты, полученные в ходе выполнения лабораторной работы, делает выводы.

От 3 до 5 баллов выставляется студенту, если работа выполнена самостоятельно, в целом правильно, но имеются некоторые неточности в выполнении заданий или незначительные ошибки; представлен отчет, содержащий результаты выполнения заданий лабораторной работы; студент испытывает затруднения при проведении анализа результатов, полученных в ходе выполнения лабораторной работы, и формулировке выводов.

0-4 балла выставляется студенту, если студент не до конца справился с заданием, плохо оформил отчет по результатам работы.

4. Критерии оценки выполнения контрольной работы

От 6 до 10 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 5 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

5. Критерии оценки знаний на экзамене

Ответ на экзамене оценивается от 20 (минимум) до 40 баллов (максимум). Это может быть:

1) экзаменационный тест из 18-22 заданий, 2) экзаменационный билет, содержащий два теоретических вопроса (максимум по 15 баллов) и одну задачу (максимум 10 баллов), преподаватель может задать дополнительные три вопроса. Студент, набравший менее 20 баллов, получает в итоге за экзамен 0 баллов.

7 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1 Виды самостоятельной работы, порядок их выполнения и контроля

Тематика индивидуальных заданий, проверочных и контрольных работ

1	Тематика индивидуальных заданий
	<p>1. <i>Индивидуальное задание по теме «Комбинаторика. Теория вероятностей».</i> <i>Примерный вариант</i></p> <p>1. Из 2 математиков и 10 экономистов надо составить комиссию из 8 человек. Сколькими способами можно составить комиссию, если в нее должен входить хотя бы 1 математики? 2. Сколько нечетных двузначных чисел имеют различные цифры? 3. Сколькими способами можно посадить за стол 4 женщин и 7 мужчин так, чтобы никакие две женщины не сидели рядом? 4. Каково число шахматных партий в турнире из 20 участников? 5. Решить неравенство: $C_{10}^{x-1} > 2C_{10}^x$.</p>
2	Тематика проверочных работ
	<p><i>Проверочная работа по теме «Теорема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли».</i> <i>Примерный вариант</i></p> <p>1. Вероятность сбоя при работе телефонной станции при одном вызове равна 0,015. Какова вероятность, что при 1000 вызовов наступит 20 сбоев; не менее 20 сбоев? 2. Вероятность заправится на бензоколонке каждым, проехавшим мимо автомобилем, равна 0,15. Найти вероятность того, что из 200 автомобилей, проехавших мимо, не менее 50 заправятся. 3. Прибор может работать до первого отказа в среднем 500 часов. Найти вероятность, что прибор проработает без отказа не менее 800 часов. 4. В жилом доме имеется 3000 ламп, вероятность включения каждой из них равна 0,3. Найти вероятность того, что число одновременно включенных ламп будет заключено между 800 и 1200.</p>
3	Тематика контрольных работ
	<p>1. <i>Контрольная работа по теме «Теория вероятностей. Классическая схема».</i> <i>Примерный вариант</i></p> <p>1. На полке стоят 4 тома Пушкина, 6 томов Лермонтова и 5 томов Толстого. Случайным образом с полки берут 8 книг. Какова вероятность, что среди них 2 тома Лермонтова и 3 тома Толстого? 2. Имеется 10 одинаковых урн, из которых в 9 находится по 2 черных и по 3 белых шара, а в одной</p>

- 5 белых и 1 черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлекают шар. Он оказывается белым. Какова вероятность того, что он извлечен из урны, содержащей 5 белых шаров?
3. В ящике имеется 10 перенумерованных однотипных изделий с номерами 1,2, ..., 9, 10. Из ящика 5 раз наугад вынимается по одному изделию, его номер записывается и изделие кладется обратно в ящик. Найти вероятность того, что все записанные номера будут различны.
4. На стоянке автомобилей можно поместить 12 машин в один ряд. Однажды оказались свободными 4 места подряд. Является ли это событие исключительным (какова вероятность этого события?)
5. В вычислительной лаборатории имеется 6 клавишных автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0.95, для полуавтомата - 0.8. Студент производит расчет на наудачу взятой машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя.
6. Плоскость разграфлена параллельными прямыми, отстоящих друг от друга на расстоянии 6 см. На плоскость наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечет ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от ее расположения.

2. Контрольная работа по теме «Случайные величины».

Примерный вариант

1. Дан закон распределения случайной величины X :

x_i	1	2	3	4
p_i	0,15	0,25	0,4	0,2

Найти $F(x)$, m_x , D_x , σ_x , $P(X \leq 3)$, M .

2. Дано:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{10}, & 0 < x < 4 \\ \frac{1}{5}, & 4 < x < 5 \\ 0, & x > 5 \end{cases}$$

Найти $F(x)$, m_x , D_x , σ_x , $P(X < 3)$, $P(X > 3)$, $P(2 \leq X < 6)$, Me .

3. Стрельба ведется по полосе 4 м шириной. Систематическая ошибка наводки 1 м. Средняя квадратическая ошибка 5 м. Найти вероятность того, что будет попадание в полосу.

4. Игральная кость подбрасывается 150 раз. Какова вероятность того, что четное число очков выпадет не менее 65 раз и не более 80?

5. Среднее число вызовов, поступающих на станцию скорой помощи равно 0,7 вызовов в минуту. С.в. X – число вызовов, поступивших за 3 минуты. Найти мат. ожидание и вероятность того, что за 3 минуты придет не более 3 вызовов.

3. Контрольная работа по теме «Случайные векторы».

Примерный вариант

1. В первой урне 5 черных и 2 белых шара, во второй – 2 черных и 3 белых. Из каждой урны вынимают по одному шару. Случайная величина X – число черных шаров в выборке, случайная величина Y – число белых шаров в выборке. Описать закон распределения, найти m_x , m_y , $F(x, y)$, D_x , D_y , ковариацию k_{xy} , законы распределения X и Y , условную вероятность $P\{X=2/ Y=1\}$.

2. Дан закон распределения дискретного случайного вектора.

$x_i \setminus y_j$	0	$\frac{1}{2}$	2
0	0,3	0	0,1
2	0,5	0,1	a

Найти константу a . Определить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми. Найти функцию распределения и условную вероятность $P\{X=0/ Y=2\}$.

3. Дана плотность распределения случайного вектора

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x + 2xy + 2y^2), & x, y \in [0, 1], \\ 0, & x, y \notin [0, 1] \end{cases}$$

Найти константу C и вероятность того, что случайный вектор (X, Y) принадлежит треугольнику с вершинами в точках $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(0, 1)$. Являются ли X и Y зависимыми величинами? Найти координаты центра рассеивания и функцию распределения.

4. Дана функция распределения случайного вектора

$$F(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^2y + xy^2), & x \in [0, 1], y \in [0, 1], \\ 0, & x \notin [0, 1], y \notin [0, 1] \end{cases}$$

Найти плотность распределения. Найти плотности отдельных величин $f_X(x)$ и $f_Y(y)$. Определить, являются ли X и Y зависимыми величинами?

5. Даны законы распределения случайных величин X, Y :

x_i	1	2	3
p_i	0,1	p_2	0,5

y_j	3	5	7
p_j	0,2	p_2	0,3

Найти $p_2, M[X + 2Y]$.

Тематика лабораторных работ

Целью лабораторных работ является изучение приемов и методов математической статистики

1. Примерный вариант лабораторной работы по теме «Описательная статистика».

1. Найти объем и размах представленной выборки:

-10, 2, 4, -5, 6, 1, 5, 10, 15, 11, 3, -4, 10, 2, 2, 7, -1, 1, 3, 5, 11, 3, 3, 4, 7, 8, 7.

Представить выборку 1) в виде вариационного и статистического рядов; 2) в виде группированной таблицы частот, рассмотрев пять интервалов выборки. Построить для нее график функции распределения, гистограмму и полигон частот. Найти выборочные среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную), моду и медиану.

2. Дана выборка в виде статистического ряда.

n_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_i	15,2	12,8	13,5	14,9	15,6	16,0	13,7	14,1	13,2	15,0

Представить выборку в виде таблицы частот. Построить график эмпирической функции распределения выборки и группированной выборки. Оценить вероятность того, что ошибка будет меньше

7. Построить гистограмму и полигон относительных частот. Найти точечные оценки: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную), моду и медиану. Провести предварительную проверку на нормальность (найти коэффициент вариации).

3. Дана выборка в виде интервальной таблицы частот.

Границы интервала	1-5	5-9	9-13	13-17	17-21	21-25	25-29
Частота	5	8	3	14	2	16	7

Найти точечные оценки: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную), моду и медиану.

2. Примерный вариант лабораторной работы по теме «Доверительные интервалы».

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 11$:

z_i	1	2	3	4
n_i	2	a	5	1

Найти a . Оценить с надежностью 0,9 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

2. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если даны выборочное среднее $\tilde{m} = 14$, среднее квадратическое отклонение $\tilde{\sigma} = 5$ и объем выборки $n = 25$. Найти доверительный интервал для дисперсии.

3. Пусть из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	1	3	4	6	8
n_i	1	3	2	4	1

Найти доверительный интервал с надежностью 0,98 для математического ожидания a данной генеральной совокупности, которая имеет нормальное распределение со среднеквадратическим отклонением, равным 1,9.

4. Пусть из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	1	5	6	8	9
n_i	2	4	5	3	1

Найти доверительный интервал с надежностью 0,94 для математического ожидания m данной генеральной совокупности.

*3 Примерный вариант лабораторной работы
по теме «Коэффициент корреляции. Проверка на нормальность».*

1. Даны результаты 10 независимых наблюдений над системой точек (X, Y) :

X	0,9	3,1	-0,8	-1,8	2,1	4,8	1,1	0,1	2,2	2,5
Y	1,4	2,2	0,8	0,6	1,8	2,8	1,5	1,2	1,8	1,9

Найти выборочный коэффициент корреляции. Проверить его на значимость (уровень значимости $\alpha = 0,05$). Предположив, что зависимость между x и y близка к линейной, найти уравнение линии регрессии y по x и x по y . Построить их.

2. Проверить гипотезу о нормальном распределении данной генеральной совокупности. Уровень значимости $\alpha = 0,01$.

n_i	5	7	9	52	19	8
x_i	10	15	20	25	30	35

*4. Примерный вариант лабораторной работы
по теме «Проверка гипотез».*

1. Станок изготавливает детали со стандартным отклонением в длине $\sigma = 0,1$ см. Средняя длина детали равна $m = 3$ см. В случайной выборке деталей объема $n = 15$ оказалось, что средняя длина детали составляет 2,9 см. Надо ли ремонтировать станок, если доверительная вероятность $\beta = 95\%$?

2. Партия изделий принимается, если дисперсия контролируемого размера равна предполагаемому значению $\sigma_0^2 = 0,2$. Выборочная дисперсия, найденная по выборке объемом 91, оказалась равной 0,3. Можно ли принять партию на уровне значимости $\alpha = 0,005$, если в противном случае можно предположить, что дисперсия соответствующей генеральной совокупности превышает предполагаемое значение.

3. В университете две группы прикладных математиков. Одна группа экзамен по теории вероятностей сдавала в виде тестов, другая – по билетам. Были получены следующие результаты (в баллах):

1 группа	73	75	63	67	58	52	77	89	65	62	
2 группа	74	66	67	75	87	77	65	91	53	68	72

Какой способ сдачи экзамена для студентов предпочтительнее? Доверительная вероятность $\beta = 90\%$?

4. Из двух партий изделий, изготовленных на двух одинаково настроенных станках, извлечены малые независимые выборки объемами $n = 8$ и $m = 11$. Получены следующие результаты:

x_i	1,3	1,4	1,5	1,6	y_i	1,2	1,4	1,8	1,9
n_i	2	1	3	2	m_i	3	1	5	2

Требуется на уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить нулевую гипотезу о равенстве средних размеров изделий, если известно, что соответствующие генеральные совокупности распределены нормально.

7.2. Вопросы для промежуточной аттестации

Для формирования базы освоения компетенций дисциплины студентам предлагается подготовиться по следующему перечню вопросов, выносимых на **экзамен**.

№ п./п.	Вопросы к экзамену
1	Предмет теории вероятностей. Случайные события: элементарные события, множество элементарных событий. Основные определения.
2	Алгебраические операции над событиями. Диаграмма Венна. Свойства арифметических операций.
3	Вероятность события. Аксиоматическое определение. Следствия из аксиом.
4	Вероятность события. Классическое определение. Четыре схемы выбора в классической вероятности. Комбинаторные формулы.
5	Геометрические вероятности. Задача о встрече, задача Бюффона.
6	Статистическое определение вероятности.
7	Теорема 1 сложения вероятностей (для несовместных событий). Обобщенная теорема 1 сложения вероятностей. Следствия.
8	Теорема 2 сложения вероятностей (для совместных событий). Обобщенная теорема. Замечания.
9	Зависимые, независимые события. Условная вероятность. Свойства условных вероятностей. Теорема 3 умножения вероятностей зависимых событий. Обобщенная теоремы. Следствие к теореме 3 умножения вероятностей зависимых событий. Замечания.
10	Теорема 4 произведения вероятностей независимых событий. Обобщенная теоремы. Теорема 5.
11	Формула полной вероятности.
12	Формула Байеса.
13	Независимые испытания: определение, примеры. Определение цепей Маркова.
14	Независимые испытания для двух исходов. Теорема Бернулли. Формула Бернулли.
15	Предельные теоремы в схеме Бернулли: Пуассона, локальная теорема Муавра-Лапласа, предельная интегральная теорема Муавра-Лапласа. Замечания. Закон больших чисел- теорема Бернулли.
16	Независимые испытания: определение, примеры. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях.
17	Случайные величины: определение, примеры, механические интерпретации дискретных и непрерывных случайных величин.
18	Закон распределения дискретных случайных величин.
19	Функция распределения: определение, свойства, график. Вероятность попадания случайной величины на заданный участок.
20	Плотность распределения: определение, свойства, вычисление.
21	Математическое ожидание случайных величин (дискретных и непрерывных).
22	Мода и медиана случайных величин.
23	Моменты начальные и центральные дискретных и непрерывных случайных величин: дисперсия, средне квадратическое отклонение, асимметрия, эксцесс, абсолютные моменты.
24	Биномиальный закон распределения вероятностей случайной величины.
25	Гипергеометрический закон распределения вероятностей случайной величины.
26	Закон распределения Пуассона.

27	Равномерное распределение непрерывных случайных величин.
28	Нормальный закон распределения: формулировка, доказательство, что $f(x)$ – плотность, $m=M[X]$. Смысл параметра m .
29	Нормальный закон распределения: формулировка, доказательство, что $f(x)$ – плотность, $\sigma = \sigma[X]$. Смысл параметра σ .
30	Нормальный закон распределения: формулировка, формулы для центральных моментов, асимметрия, эксцесс, мода, медиана.
31	Нормальный закон распределения: формулировка, функция Лапласа, ее свойства, график, вероятность попадания X на заданный участок. Правило трех сигм.
32	Экспоненциальное или показательное распределение. Функция надежности.
33	Система случайных величин. Основные понятия. Геометрическая интерпретация. Закон распределения СВДТ.
34	Распределения отдельных величин, входящих в систему.
35	Функция распределения системы случайных величин, ее свойства.
36	Ковариация. Корреляция. Свойства коэффициента корреляции. Регрессия. Линии регрессии. Ковариационная и корреляционная матрицы.
37	Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел: формулировки теорем. Центральная предельная теорема.
38	Элементы мат. статистики. Выборка, этапы обработки. Вариационный и статистический ряды. Группированный статистический ряд.
39	Статистическое распределение выборки, эмпирическая функция распределения.
40	Полигон, гистограмма частот и относительных частот.
41	Статистические оценки параметров распределения: точечные оценки, их свойства.
42	Методы статистического оценивания: метод подстановки, метод максимального правдоподобия, метод моментов.
43	Статистические оценки параметров распределения: интервальные оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Доверительный интервал для математического ожидания при известной дисперсии, доверительный интервал для дисперсии. Доверительная полоса.
44	Точные методы построения доверительных интервалов для параметров случайной величины, распределенной по нормальному закону: Построение доверительного интервала для математического ожидания и дисперсии с помощью критериев «хи-квадрат» χ^2 и Стьюдента. Построение доверительного интервала для математического ожидания при неизвестной дисперсии.
45	Ковариация. Корреляция. Коэффициент корреляции Пирсона – линейный коэффициент корреляции, его свойства. Таблица Чеддока. Проверка на значимость коэффициента корреляции. Критерий значимости. Различия между понятиями зависимости и корреляции.
46	Функциональная зависимость и выборочное уравнение регрессии. Кривые регрессии, их свойства. Связь коэффициента корреляции и линий регрессии.
47	Коэффициенты корреляции Спирмена или Кендалла (ранговые корреляции)
48	Сглаживание экспериментальных зависимостей. Метод наименьших квадратов.
49	Статистическое оценивание и проверка гипотез. Понятие о статистических гипотезах и об их проверке. Области принятия гипотезы. Основная и альтернативная гипотезы. Виды гипотез, общая схема проверки Критерий, тест, критерий значимости. Определение необходимого объема выборки. Ошибки двух видов.
50	Критерии согласия. Критерий Пирсона или хи-квадрат. Схема применения критерия χ^2 к оценке согласованности теоретического и статистического (эмпирического) распределений.
51	Двусторонние и односторонние гипотезы. Критерий Стьюдента (t – критерий). Условия

	использования коэффициента Стьюдента. Случаи зависимых и независимых выборок. Проверка на значимость коэффициента корреляции.
52	Критерий Фишера (<i>F</i> -критерий)
53	Критерий Колмогорова.
54	Понятие случайной функции. Законы распределения и числовые характеристики случайной функции.
55	Случайные процессы. Понятие случайного процесса. Типы случайных процессов. Процессы с независимыми приращениями.
56	Стационарные процессы. Гауссовские процессы. Процессы с независимыми приращениями.
57	Пуассоновский процесс. Винеровский процесс
58	Марковский процесс. Применение в теории массового обслуживания.

8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1 Основная литература:

Основная литература:

1. Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1079-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210536>
2. Буре, В. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В. М. Буре, Е. М. Парилина. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-1508-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211250>
3. Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Б. Н. Иванов. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-3636-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/206201>

8.2 Дополнительная литература:

1. Дерр, В. Я. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. Я. Дерр. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 596 с. — ISBN 978-5-8114-6515-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159475>
2. Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие / Г. В. Емельянов, В. П. Скитович. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 332 с. — ISBN 978-5-8114-3984-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/206273>
3. Сидняев Н.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для бакалавров/ Сидняев Н.И. - Москва: Юрайт: ИД "Юрайт", 2014. - 219 с.: ил. + Приложения. - (Бакалавр). - Библиогр.: с. 218-219. - ISBN 978-5-9916-1379-8 (Изд-во "Юрайт").

4. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - Москва: ИТК "ДашковиК°", 2008. - 473 с. + Приложение. - Библиогр.: с. 433-434. - ISBN 978-5-91131-633-4.

8.3 Перечень информационных технологий, используемых при проведении научно-исследовательской работы, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows XP / Microsoft Windows 7 Professional , Microsoft Office Professional 2003 / Microsoft Office Professional 2007 / Microsoft Office Professional 2010
STATISTICA Advanced + QC 10 for Windows

в т.ч. отечественное

Astra Linux Special Edition РУСБ 10015-01 версии 1.6.
1С:Предприятие 8. Конфигурация, 1С: Бухгалтерия 8 (учебная версия)
Project Expert 7 (Tutorial) for Windows
СПС КонсультантПлюс
Kaspersky Endpoint Security для бизнеса Стандартный

Свободно распространяемое лицензионное программное обеспечение:

OpenOffice
LibreOffice
7-Zip
Adobe Acrobat Reader
Google Chrome

в т.ч. отечественное

Яндекс.Браузер

Информационные справочные системы

- Единое окно доступа к образовательным ресурсам – режим доступа: <http://window.edu.ru/>
- ИПС «КонсультантПлюс» – режим доступа: <http://www.consultant.ru/>
- Интерфакс - Центр раскрытия корпоративной информации (сервер раскрытия информации) – режим доступа: <https://www.e-disclosure.ru/>
- Информационно-правовой портал ГАРАНТ.RU – режим доступа: <http://www.garant.ru/>
 - Автоматизированная справочная система «Сельхозтехника» (web-версия) - режим доступ: <http://gtexam.ru/>

Профессиональные базы данных

- Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – режим доступа: <http://elibrary.ru>
- Наукометрическая база данных Scopus: база данных рефератов и цитирования – режим доступа: <https://www.scopus.com/customer/profile/display.uri>
- Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики – режим доступа: <https://rosstat.gov.ru/> (Открытый доступ)
- Российская Академия Наук, открытый доступ к научным журналам – режим доступа: <http://www.ras.ru> (Открытый доступ)
- Официальный сайт Министерства сельского хозяйства Российской Федерации – режим доступа: <http://mcs.ru/> (Открытый доступ)

Электронные библиотечные системы:

- электронный библиотечный каталог Web ИРБИС – режим доступа:

https://molochnoe.ru/cgi-bin/irbis64r_14/cgiirbis_64.exe?C21COM=F&I21DBNAM=STATIC&I21DBN=STATIC,

- ЭБС ЛАНЬ – режим доступа: <https://e.lanbook.com/>,
- ЭБС Znanium.com – режим доступа: <https://new.znaniy.com/>,
- ЭБС ЮРАЙТ – режим доступа: <https://urait.ru/>,
- ЭБС POLPRED.COM: <http://www.polpred.com/>,
- электронная библиотека издательского центра «Академия»: <https://www.academia-moscow.ru/elibrary/> (коллекция СПО),
- ЭБС ФГБОУ ВО Вологодская ГМХА – режим доступа: <https://molochnoe.ru/ebs/>.

9 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебная аудитория 4304 для проведения занятий лекционного и семинарского типа (практические занятия); групповых и индивидуальных консультаций; текущего контроля и промежуточной аттестации.

Оснащенность:

Учебная мебель: столы – 37, стулья – 74, доска меловая, кафедра.

Основное оборудование: экран для проектора 1 шт., проектор - 1 шт., компьютер в комплекте - 1 шт.

Учебная аудитория 4307 для проведения практических занятий и организации практик; проведения групповых и индивидуальных консультаций; промежуточной аттестации.

Оснащенность:

Учебная мебель: столы – 12, стулья – 24, доска меловая, шкаф для хранения уч. материала. Кабинет 4207 - 31,8 м².

Учебная аудитория 4202 Компьютерный класс, для проведения лабораторных занятий, самостоятельной работы.

Оснащенность:

Учебная мебель: стол преподавателя, компьютерные столы – 15, компьютерные кресла – 16.

Основное оборудование: 15 компьютеров с доступом в электронно-образовательную среду Академии, ЭБС и сети Интернет.

Учебная аудитория 4203 Компьютерный класс.

Оснащенность:

Учебная мебель: стол преподавателя, компьютерные столы – 15, компьютерные кресла – 16;

Основное оборудование: 15 компьютеров с доступом в электронно-образовательную среду Академии, ЭБС и сети Интернет.

Кабинет № 4303 - 63,1 м².

Обеспечение образования для лиц с ОВЗ

Для обеспечения образования инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья реализация дисциплины может осуществляться в адаптированном виде, исходя из индивидуальных психофизических особенностей и по личному заявлению обучающегося, в части создания специальных условий.

В специальные условия могут входить: предоставление отдельной аудитории, необходимых технических средств, присутствие ассистента, оказывающего необходимую техническую помощь, выбор формы предоставления инструкции по порядку проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, использование специальных технических средств, предоставление перерыва для приема пищи, лекарств и др.

Для лиц с ограниченными возможностями здоровья предусмотрена организация консультаций с использованием электронной почты.

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

10 Карта компетенций дисциплины

Математика (направление подготовки 35.03.06 Агроинженерия)					
Цели дисциплины		Формирование у студентов системы знаний, умений и навыков, компетенций в области обработки и анализа экспериментальных данных, применения методов математической статистики в профессиональной сфере.			
Задачи дисциплины		Изучение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» направлено на развитие у обучающихся навыков по работе с основными математическими понятиями и с математическим аппаратом, используемыми в теории вероятностей и математической статистике; на получение представлений об основных идеях и методах теории вероятностей и развитие способностей сознательно использовать материал курса, умение разбираться в существующих статистических методах и условиях их применения; обеспечение понимания содержательной логики применения вводимых понятий и методов для решения конкретных математических и прикладных задач; подготовку студентов к применению полученных знаний и навыков в процессе обработки и анализа экспериментальных данных.			
В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие					
Общекультурные компетенции					
Компетенции		Планируемые результаты обучения (индикаторы достижения компетенции)	Технологии формирования	Форма оценочного средства	Ступени уровней освоения компетенции
Индекс	Формулировка				
Общепрофессиональные компетенции					
ОПК-1	Способность решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий.	ИД 1 _{ОПК-1} . Демонстрация знаний основных законов математических, естественных и общепрофессиональных дисциплин, необходимых для решения типовых задач в области агроинженерии. ИД-2 _{ОПК-1} . Использование знаний основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в агроинженерии. ИД-3 _{ОПК-1} . Применение информационно-коммуникационных технологий в решении типовых задач в области агроинженерии. ИД-4 _{ОПК-1} . Использование специальных программ и баз данных при разработке технологий и средств механизации в сельском хозяйстве.	Лекции Лабораторные работы Самостоятельная работа	Тестирование Устный ответ	<i>Пороговый</i> уровень (удовлетворительный): демонстрация знаний основных законов математических, естественных и общепрофессиональных дисциплин, необходимых для решения типовых задач в области агроинженерии. <i>Продвинутый</i> уровень (хорошо): использование знаний основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в агроинженерии. <i>Высокий</i> уровень (отлично): применение информационно-коммуникационных технологий в решении типовых задач в области агроинженерии; Использование специальных программ и баз данных при разработке технологий и средств механизации в сельском хозяйстве.